

Badanie drgań struny

Marcin Polkowski

14 kwietnia 2008

Streszczenie

Celem ćwiczenia było badanie efektu drgań struny oraz zbadanie zależności częstotliwości tych drgań od długości i napięcia struny.

Spis treści

1	Wstęp teoretyczny	2
2	Pomiary	2
2.1	Badanie częstotliwości harmoniczych, wyznaczenie gęstości	2
2.2	Zależność częstotliwości od długości	3
2.3	Zależność częstotliwości od siły napinającej	4
3	Podsumowanie	5
4	Bibliografia	5

Spis rysunków

1	Częstotliwości harmoniczne	3
2	Zależność częstotliwości od długości struny	4
3	Zależność częstotliwości od siły napięcia struny	5

1 Wstęp teoretyczny

W opisie zastosowano jednolite oznaczenia następujących wielkości:

- l - długość struny
- D - grubość struny
- λ_i - długość fali dla i -tej harmonicznej
- ν_i - częstotliwość i -tej harmonicznej
- u - prędkość fali w strunie
- S - siła napinająca strunę
- ρ_l - gęstość liniowa struny
- ρ_V - gęstość objętościowa struny

Prędkość rozchodzenia się fali poprzecznej w strunie wynosi:

$$u = \sqrt{\frac{S}{\rho_l}} = \lambda_0 \nu_0 \quad (1)$$

Długość fali w przypadku zamocowania struny na obu końcach wynosi:

$$l = \frac{\lambda_0}{2} \quad (2)$$

Korzystając z powyższych wzorów możemy zapisać wyrażenie na częstotliwość fali podstawowej:

$$\nu_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{S}{\frac{\pi D^2}{4} \rho_V}} \quad (3)$$

i i -tej harmonicznej:

$$\nu_i = \frac{i+1}{2l} \sqrt{\frac{S}{\frac{\pi D^2}{4} \rho_V}} \quad (4)$$

2 Pomiary

2.1 Badanie częstotliwości harmonicznych, wyznaczenie gęstości

W pierwszej kolejności zmierzono częstotliwości harmoniczne struny o długości

$$l = 0,704 \pm 0,001 \text{ m}$$

i szerokości

$$D = 0,00035 \pm 0,00001 \text{ m}$$

naciągniętą z siłą (zawieszono na szali masę 7 Kg):

$$S = (0,75 + 7)g = 76,03 \pm 0,10 \text{ N}$$

Uzyskane pomiary częstotliwości dla kolejnych harmonicznych przedstawiono na wykresie 1. Do pomiarów dopasowano prostą

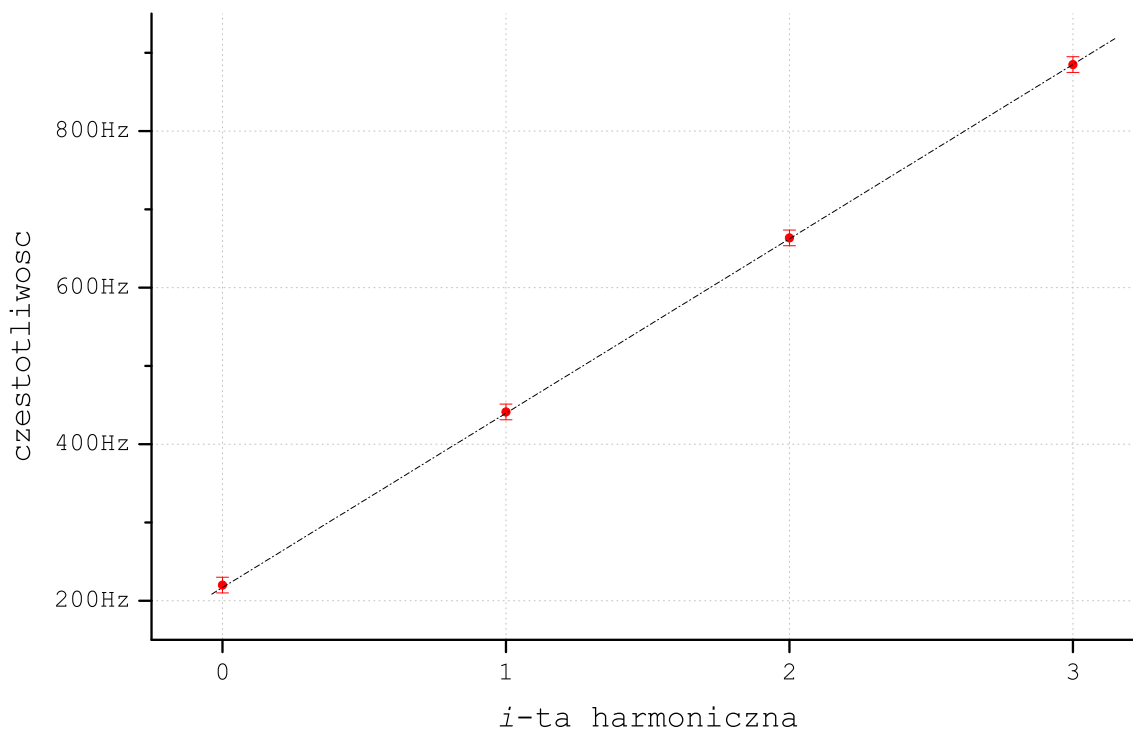
$$f(x) = ax + b$$

uzyskując następujące parametry dopasowania:

$$a = 221,76 \pm 4,47$$

$$b = 219,67 \pm 8,37$$

Częstotliwości harmoniczne



Rysunek 1: Częstotliwości harmoniczne

Zgodnie z oczekiwaniami obydwa parametry są w granicach błędów ze sobą zgodne. Oznacza to, że różnica między częstotliwościami kolejnych składowych harmonicznych jest stała co jest zgodne z teorią.

Korzystając ze wzoru (4) wyznaczono wyrażenie na ρ_V :

$$\rho_V = \frac{(i^2 + 2i + 1) S}{D^2 l^2 \pi \nu_i^2} \quad (5)$$

Obliczono gęstości objętościowe struny dla czterech zmierzonych częstotliwości harmonicznych. Po uśrednieniu otrzymano:

$$\rho_V = 8185 \pm 93 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

2.2 Zależność częstotliwości od długości

Nie zmieniając napięcia struny zmierzono częstotliwość fali podstawowej dla pięciu długości struny. Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresie 2.

Do punktów pomiarowych dopasowano krzywą:

$$f(x) = ax^b$$

uzyskując następujące wartości parametrów dopasowania:

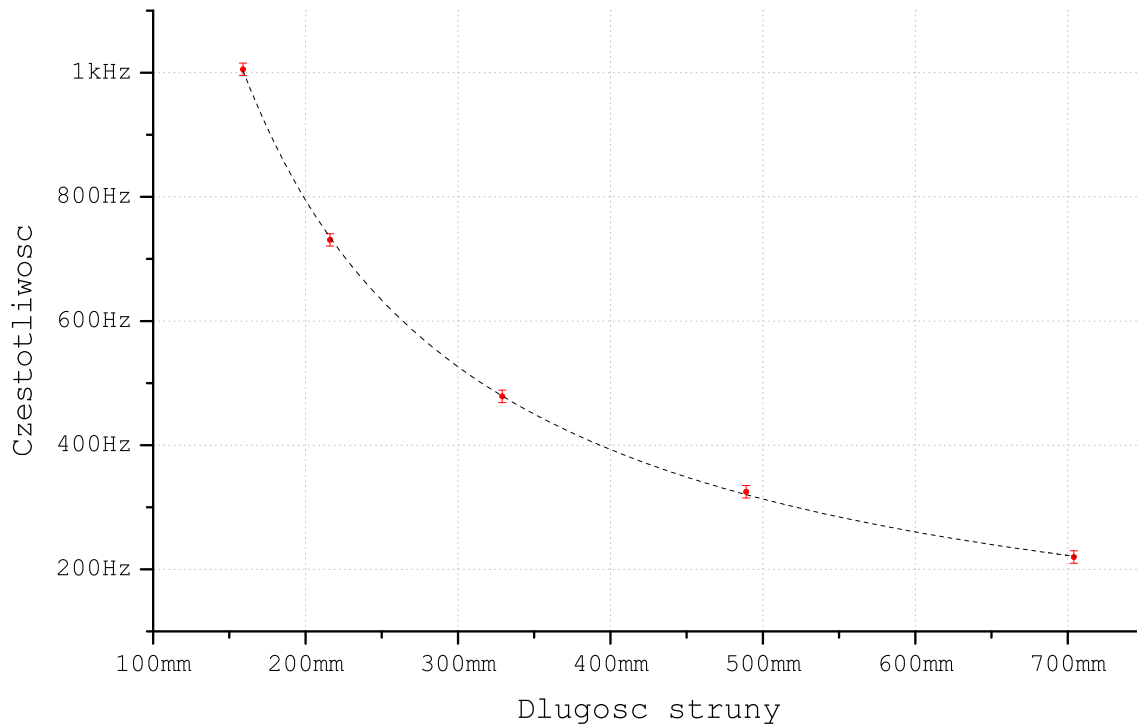
$$a = 154,88 \pm 1,87$$

$$b = -1,016 \pm 0,007$$

Oczekiwano zgodności ze wzorem (3), który można przekształcić do postaci:

$$\nu_0(l) = l^{-1} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\frac{\pi D^2}{4} \rho_V}}$$

Zależność długość - częstotliwość



Rysunek 2: Zależność częstotliwości od długości struny

wartość parametru b jest z dokładnością do 3 niepewności zgodna z -1 występującą we wzorze. Wartość wyrażenia

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\frac{\pi D^2}{4} \rho_V}} \approx 156,20$$

. Widać, że jest ona zgodna z wartością parametru a dopasowania krzywej.

2.3 Zależność częstotliwości od siły napinającej

Dla ustalonej długości struny $l = 0,704$ m zmierzono częstotliwość fali podstawowej dla sześciu sił naciągu struny. Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresie 3.

Do punktów pomiarowych dopasowano krzywą:

$$f(x) = ax^b$$

uzyskując następujące wartości parametrów dopasowania:

$$a = 24,34 \pm 1,09$$

$$b = 0,507 \pm 0,011$$

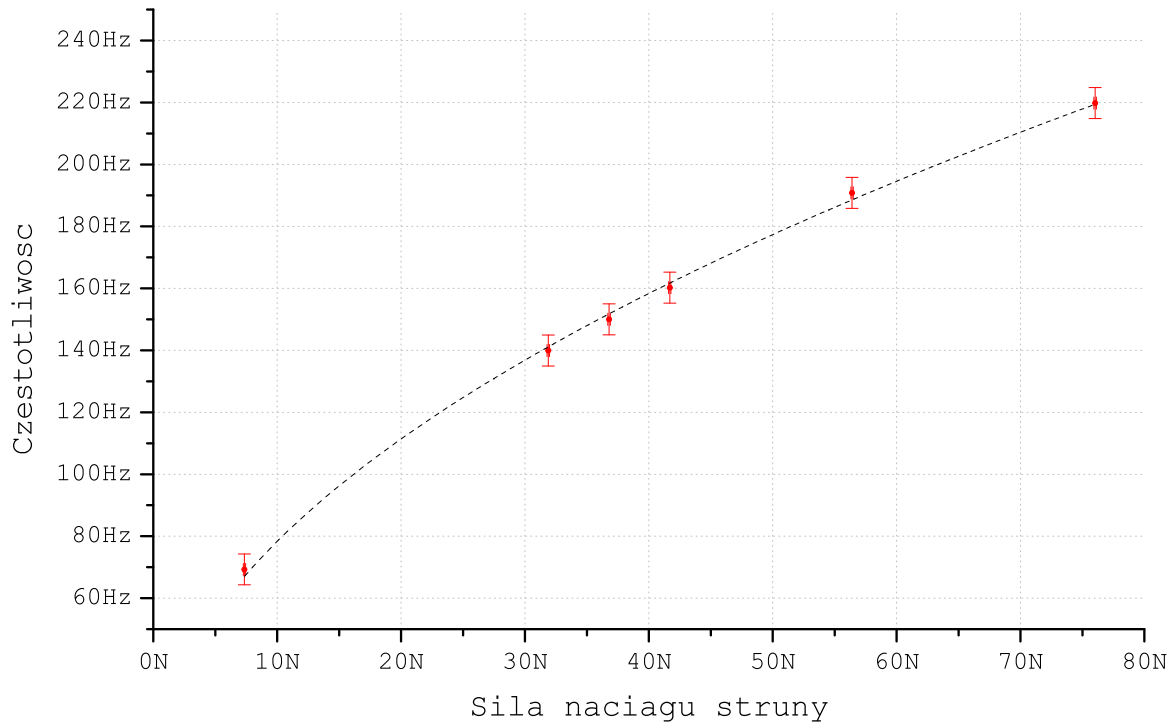
Oczekiwano zgodności ze wzorem (3), który można przekształcić do postaci:

$$\nu_0(S) = S^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{1}{\frac{\pi D^2}{4} \rho_V}}$$

Jak widać parametr b jest zgodny z dokładnością do jednej niepewności pomiarowej z oczekiwaną wartością $\frac{1}{2}$. Wartość wyrażenia

$$\frac{1}{2l} \sqrt{\frac{1}{\frac{\pi D^2}{4} \rho_V}} \approx 25,45$$

Zależność siła naciągu - częstotliwość



Rysunek 3: Zależność częstotliwości od siły naciągu struny

jest zgodna z parametrem a dopasowania krzywej.

3 Podsumowanie

Badano częstotliwości drgań harmonicznycy struny dla różnych wartości długości i naciągu. Analizując otrzymane wyniki stwierdzono, że:

- różnica częstotliwości między kolejnymi harmonicznymi jest zgodnie z oczekiwaniami stała
- częstotliwość drgań podstawowych zależy od długości struny jak $\frac{1}{l}$
- częstotliwość drgań podstawowych zależy od siły naciągu struny jak \sqrt{S} .

Negatywny wpływ na dokładności wykonanych pomiarów miała ograniczona możliwość precyzyjnej kontroli częstotliwości na generatorze za pomocą małego pokrętła.

4 Bibliografia

Do sporządzenia niniejszego opisu wykorzystane zostały wiadomości z następujących źródeł:

- Instrukcja do ćwiczenia
- John R. Tylor, *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, Warszawa 1995
- Notatki własne