

Laboratorium 2  
Badanie filtru dolnoprzepustowego  
**P O P R A W A**

Marcin Polkowski (251328)

15 marca 2007 r.

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Cel ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Techniczny i matematyczny aspekt ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Pomiary - układ RC</b>	<b>3</b>
3.1	Charakterystyka amplitudowa układu RC . . . . .	3
3.2	Charakterystyka fazowa układu RC . . . . .	3
3.3	Zmiany przebiegu funkcji (RC) . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Pomiary - układ RL</b>	<b>11</b>
4.1	Charakterystyka amplitudowa układu RL . . . . .	11
4.2	Charakterystyka fazowa układu RL . . . . .	11
4.3	Zmiany przebiegu funkcji (RL) . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Wnioski</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>18</b>
<b>7</b>	<b>Załącznik 1</b>	<b>19</b>
7.1	Pomiary układu RC . . . . .	19
7.2	Pomiary układu RL . . . . .	20
<b>8</b>	<b>Załącznik 2</b>	<b>21</b>

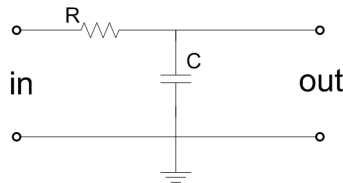
# 1 Cel ćwiczenia

Celem wykonanego ćwiczenia było zapoznanie się z charakterystykami amplitudowymi i fazowymi obwodu całkującego (dolnoprzepustowego).

# 2 Techniczny i matematyczny aspekt ćwiczenia

W celu zapoznania się z charakterystykami amplitudowymi i fazowymi filtra dolnoprzepustowego został wykonany układ (filtr) którego schemat jest widoczny na rysunku 1.

Na wejście układu został wprowadzony sygnał sinusoidalny z generatora funkcji o różnych częstotliwościach z zakresu od



Rysunek 1: Schemat 1

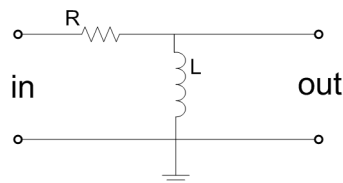
10Hz do 200kHz. Przebieg sygnału wyjściowego był mierzony za pomocą dwukanałowego, cyfrowego oscyloskopu (Tektronix TDS1002). Na jednym kanale oscyloskopu mierzone były parametry sygnału wyjściowego, a na drugim parametry sygnału wejściowego. Taki układ pomiarowy pozwalał na badanie zmian sygnału powodowanych przez obecność układu dolnoprzepustowego. Dla każdej częstotliwości wejściowej mierzone były następujące parametry pozwalające wyznaczyć charakterystykę amplitudową ( $\frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)}$ ) i fazową ( $\Delta\varphi(\omega)$ ):

- $U_{we}$  → amplituda napięcia sygnału wejściowego
- $U_{wy}$  → amplituda napięcia sygnału wyjściowego
- $\Delta\varphi$  → przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałami

Zbudowany układ posłużył również do wyznaczenia kształtu sygnału wyjściowego dla sygnałów wejściowych o małych (10Hz), średnich (10kHz) i dużych (100kHz) częstotliwości. W tej części doświadczenia na wejście układu wprowadzane były sygnały sinusoidalne, trójkątne i prostokątne z generatora funkcyjnego.

Kolejnym krokiem w doświadczeniu było przebudowanie układu polegające na zamianie opornika na cewkę indukcyjną. W wyniku takiej zmiany powstał układ jak na rysunku 2.

Dla takiego układu zostały wykonane identyczne pomiary jak dla układu z opornikiem (schemat 1).



Rysunek 2: Schemat 2

Wartość częstości kołowej  $\omega$  została wyliczona ze wzoru:

$$\omega = 2\pi f, \tag{1}$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością sygnału zmierzoną za pomocą oscyloskopu.// Wartość kąta  $\theta$  przesunięcia fazowego została wyznaczona ze wzoru:

$$\theta = 2\pi ft, \tag{2}$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością sygnału zmierzoną za pomocą oscyloskopu, a  $t$  różnicą fazy w sekundach.

### 3 Pomiary - układ RC

Załącznik numer 1 zawiera listę pomiarów z obliczonymi wszystkimi wartościami potrzebnymi w dalszej części raportu. Załącznik numer 2 do niniejszej pracy zawiera oryginalną listę pomiarów utworzoną podczas trwania laboratorium.

Niepewności pomiarów amplitud  $U_{we}$ ,  $U_{wy}$  oraz przesunięcia fazowego  $\Delta\varphi$  zostały wyznaczone zgodnie z regułami zawartymi w karcie błędów pomiarów oscyloskopem serii TDS 1000 Tektronix<sup>1</sup>.

Niepewności wartości zależnych od parametrów obciążonych niepewnością pomiaru zostały wyznaczone zgodnie z zasadą propagacji małych błędów<sup>2</sup>

#### 3.1 Charakterystyka amplitudowa układu RC

Zmierzono charakterystykę amplitudową układu RC (schemat 1) mierząc amplitudy sygnału wejściowego i wyjściowego dla 19 wartości częstości kołowej (rysunek 3). Wiemy, że częstość graniczna  $v_g$  układu to częstość dla której stosunek  $\frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Po dokonaniu pomiarów zostało stwierdzone, że częstością graniczną tego układu jest  $v_g = 1,6\text{kHz}$ . Można od razu obliczyć, że graniczna częstość kołowa wynosi:  $\omega_g = 10,05\text{kHz}$ .

Wiemy również, że stosunek amplitud jest równy:

$$\frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}} \quad (3)$$

Do wykonania układu całkującego wykorzystaliśmy elementy RC o znanych parametrach (pozbawionych niepewności):

$$R = 1 \text{ k}\Omega \quad (4)$$

$$C = 100 \text{ nF} \quad (5)$$

Po podstawieniu wartości (4) oraz (5) do wzoru (3) otrzymujemy funkcję charakterystyki amplitudowej od częstości kołowej  $\omega$ . Nanosząc tę funkcję na wykres zmierzonej charakterystyki amplitudowej sprawdzamy czy wartości oczekiwane są zgodne z uzyskanymi w doświadczeniu (rysunek 3). Na podstawie wykresu (rysunek 3) można stwierdzić, że wyniki otrzymane w doświadczeniu są zgodne z oczekiwaniami obliczonymi na podstawie wzorów teoretycznych.

Pasma przenoszenie układu rozciąga się od 0 do 1600Hz. Filtr nie zniekształca sygnałów o częstotliwości mniejszej od częstotliwości granicznej  $v_g = 1,6\text{kHz}$ , a więc jest to filtr dolno przepustowy, czyli całkujący.

Obszar dobrego całkowanie dla tego filtra rozciąga się w zakresie częstotliwości, dla których krzywą zależności charakterystyki amplitudowej od częstości można aproksymować do prostej, czyli w zakresie od około 0,9kHz do około 9kHz. Teoretyczną własności takiego filtra jest obszar dobrego całkowania od częstotliwości granicznej do nieskończoności.

#### 3.2 Charakterystyka fazowa układu RC

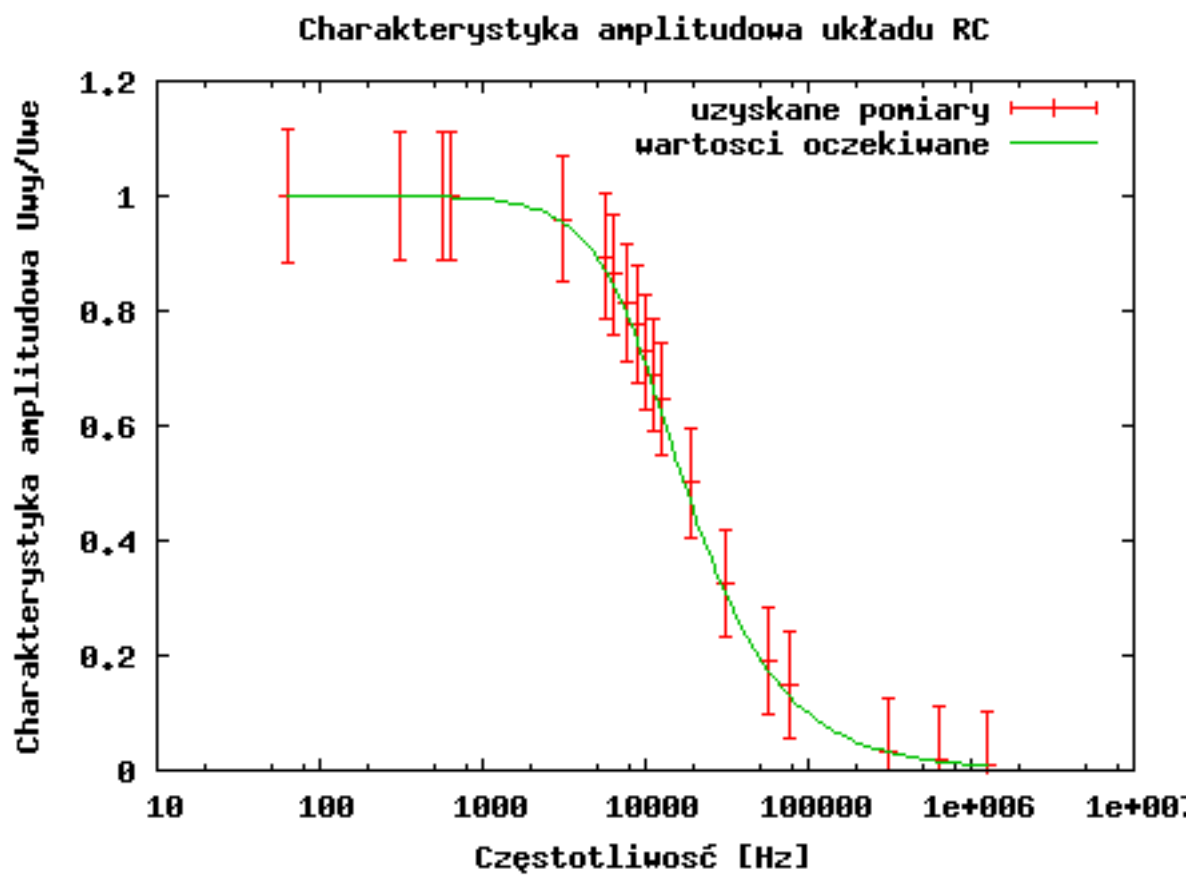
Zmierzono charakterystykę fazową układu RC (schemat 1) mierząc przesunięcie fazowe  $\Delta\varphi(\omega)$  pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym dla 19 wartości częstości kołowej. Otrzymane pomiary zostały przedstawione na wykresie (rysunek 4). Wiemy, że oczekiwana wartość przesunięcia fazowego w układzie RC wynosi w zależności od częstości kołowej:

$$\Delta\varphi(\omega) = \arctan(-\omega RC) \quad (6)$$

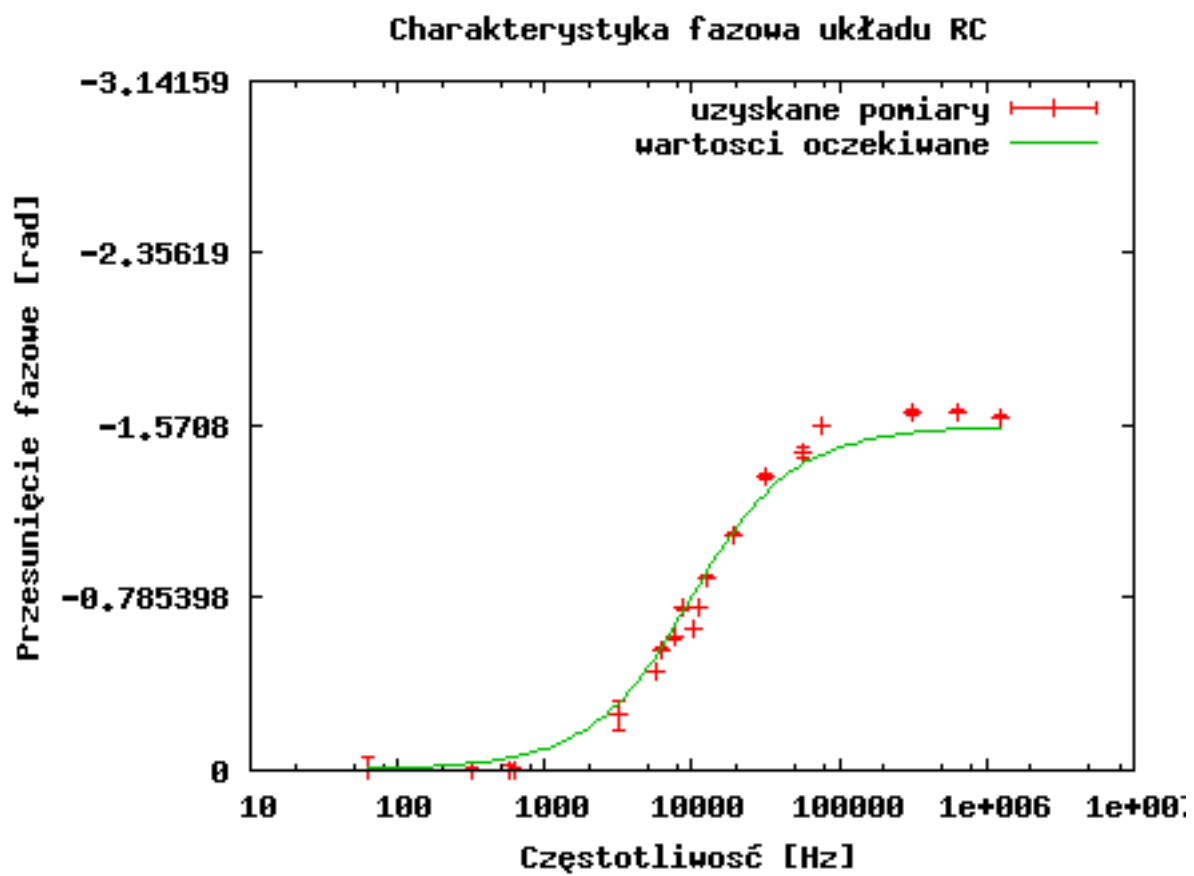
Krzywa obrazująca oczekiwane wartości przesunięcia fazowego została naniesiona na wykres (rysunek 4).

<sup>1</sup>K. Sułowski, luty 2004

<sup>2</sup>John R. Tylor, *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, strona 87



Rysunek 3: Wykres zmierzonej i oczekiwanej charakterystyki amplitudowej układu RC



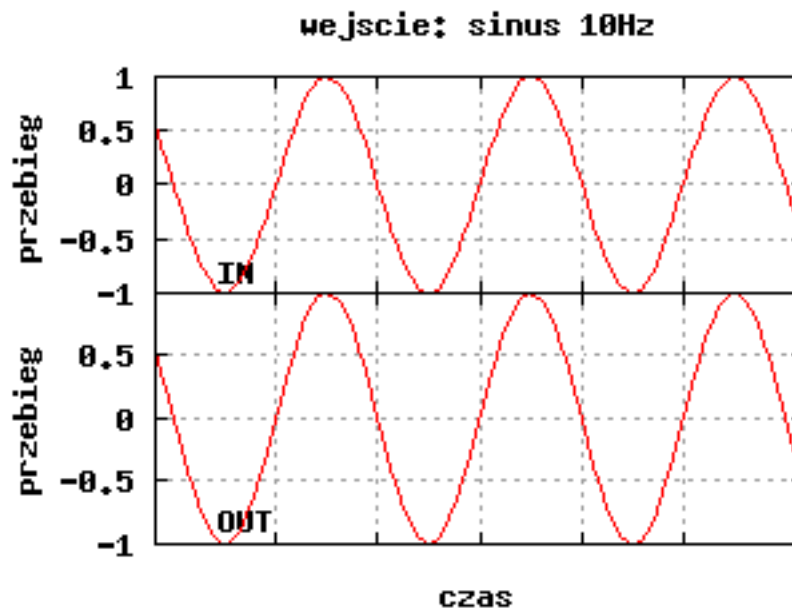
Rysunek 4: Wykres zmierzonej i oczekiwanej charakterystyki fazowej układu RC

### 3.3 Zmiany przebiegu funkcji (RC)

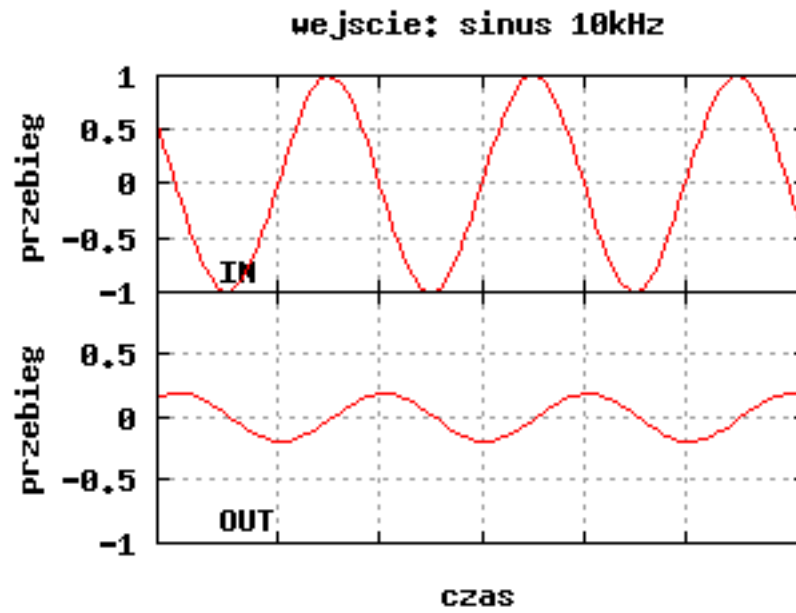
Podczas doświadczenia zostały zmierzone przebiegi funkcji wyjściowych dla różnych przebiegów (sinusoidalny, trójkątny, prostokątny) i częstotliwości (10Hz, 10kHz, 100kHz) wejściowych:

- Rysunek 5 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 10Hz.
- Rysunek 6 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 10kHz.
- Rysunek 7 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 100kHz.
- Rysunek 8 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału trójkątnego o częstotliwości 10Hz.
- Rysunek 9 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału trójkątnego o częstotliwości 10kHz.
- Rysunek 10 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału trójkątnego o częstotliwości 100kHz.
- Rysunek 11 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału prostokątnego o częstotliwości 10Hz.
- Rysunek 12 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału prostokątnego o częstotliwości 10kHz.
- Rysunek 13 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału prostokątnego o częstotliwości 100kHz.

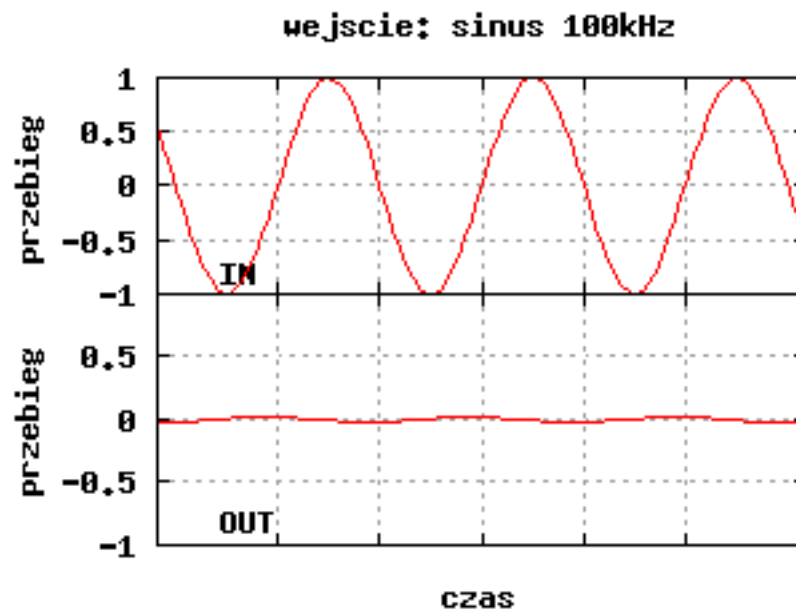
Na wykresach przebiegów funkcji (poniżej) można zaobserwować ich zgodność z oczekiwaniami. Dla średnich (10kHz) i dużych (100kHz) częstotliwości widać, że przebieg wyjściowy powstaje poprzez całkowanie funkcji przebiegu wejściowego. Zjawisko to nie występuje dla niskich częstotliwości ( $10\text{Hz} < v_g$ ).



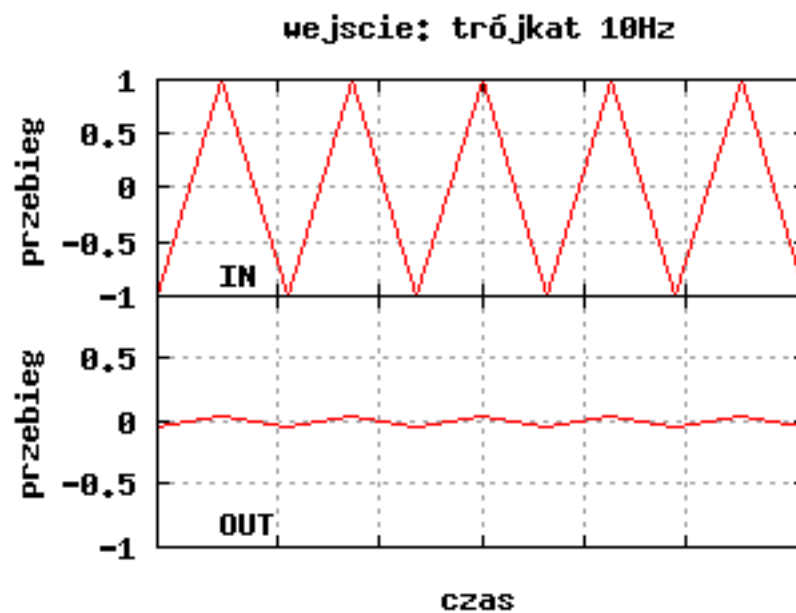
Rysunek 5: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali sinusoidalnej o częstotliwości 10Hz



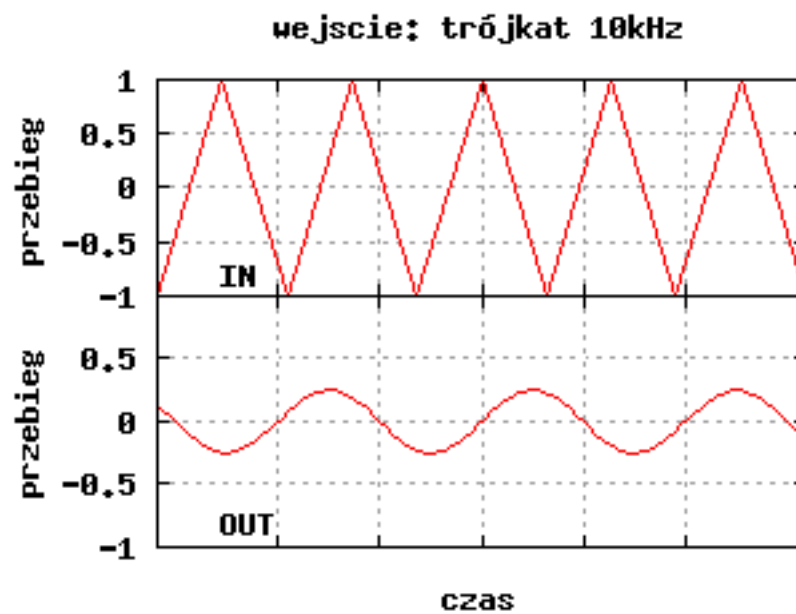
Rysunek 6: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali sinusoidalnej o częstotliwości 10kHz



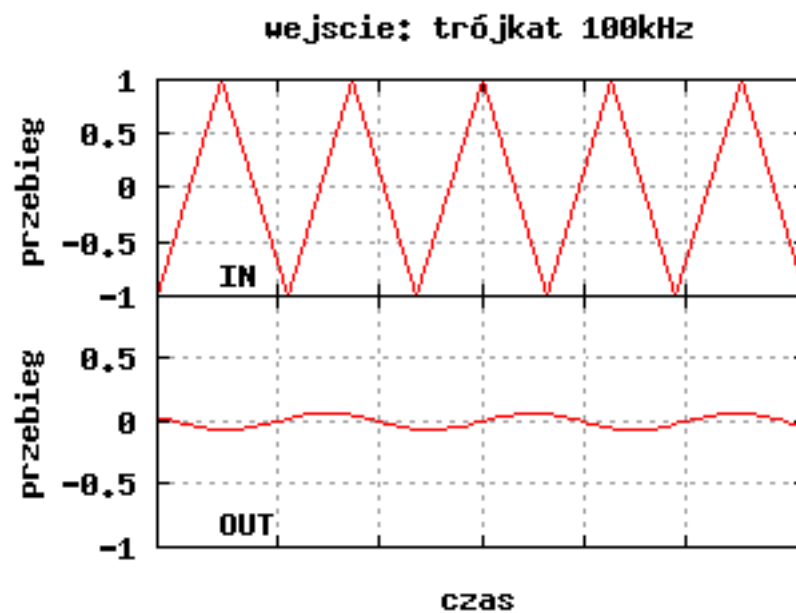
Rysunek 7: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali sinusoidalnej o częstotliwości 100kHz



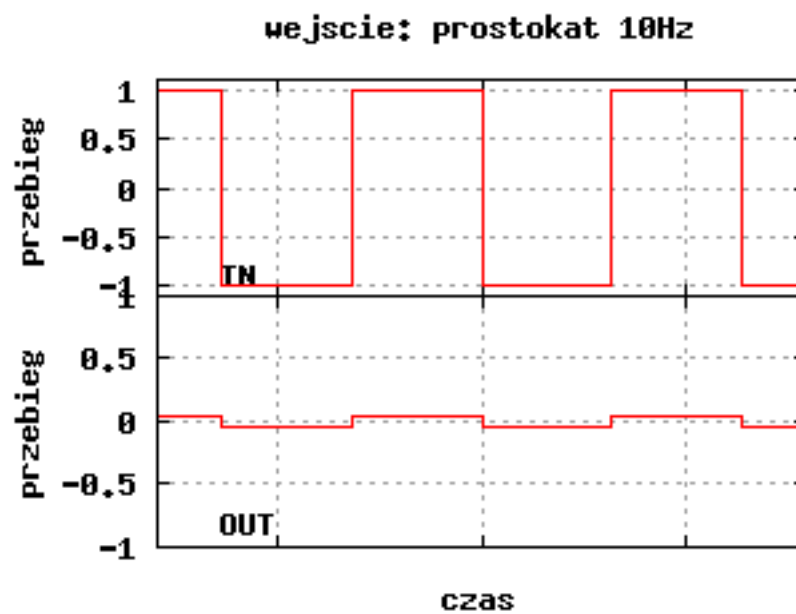
Rysunek 8: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali trójkątnej o częstotliwości 10Hz



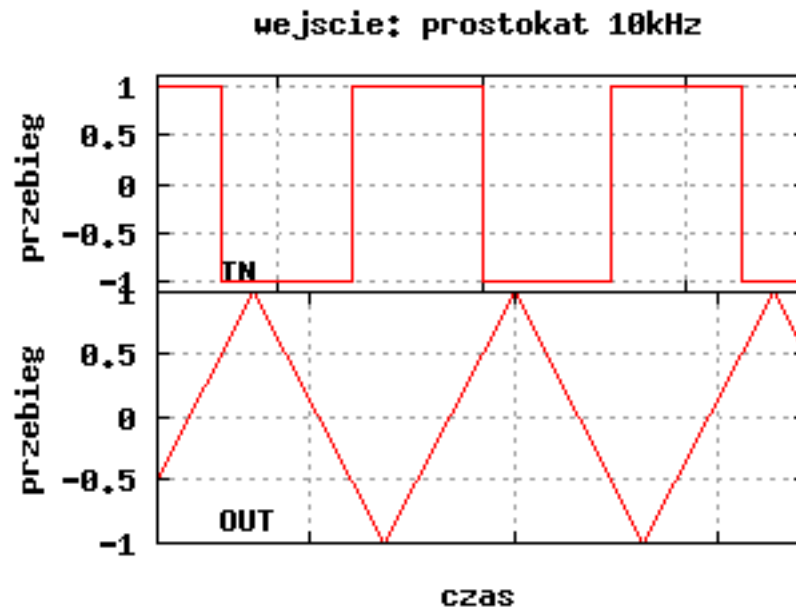
Rysunek 9: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali trójkątnej o częstotliwości 10kHz



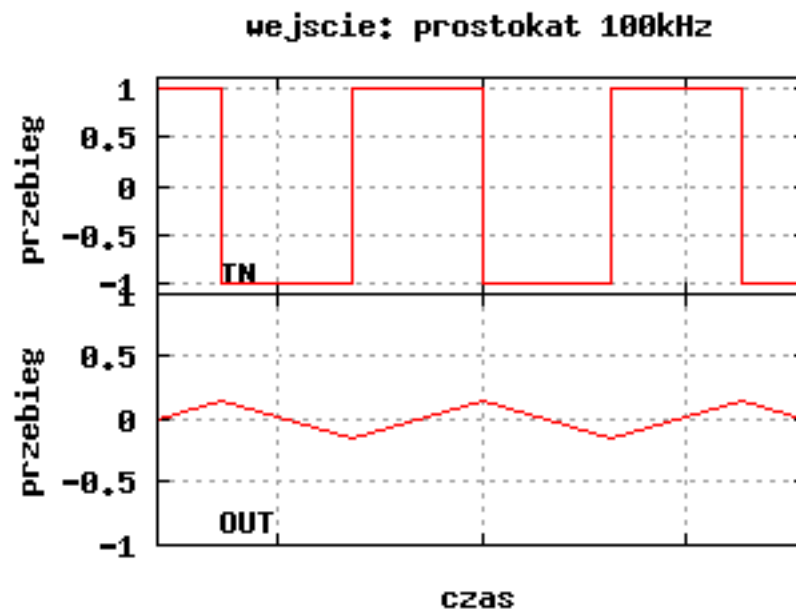
Rysunek 10: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali trójkątnej o częstotliwości 100kHz



Rysunek 11: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali prostokątnej o częstotliwości 10Hz



Rysunek 12: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali prostokątnej o częstotliwości 10kHz



Rysunek 13: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RC dla fali prostokątnej o częstotliwości 100kHz

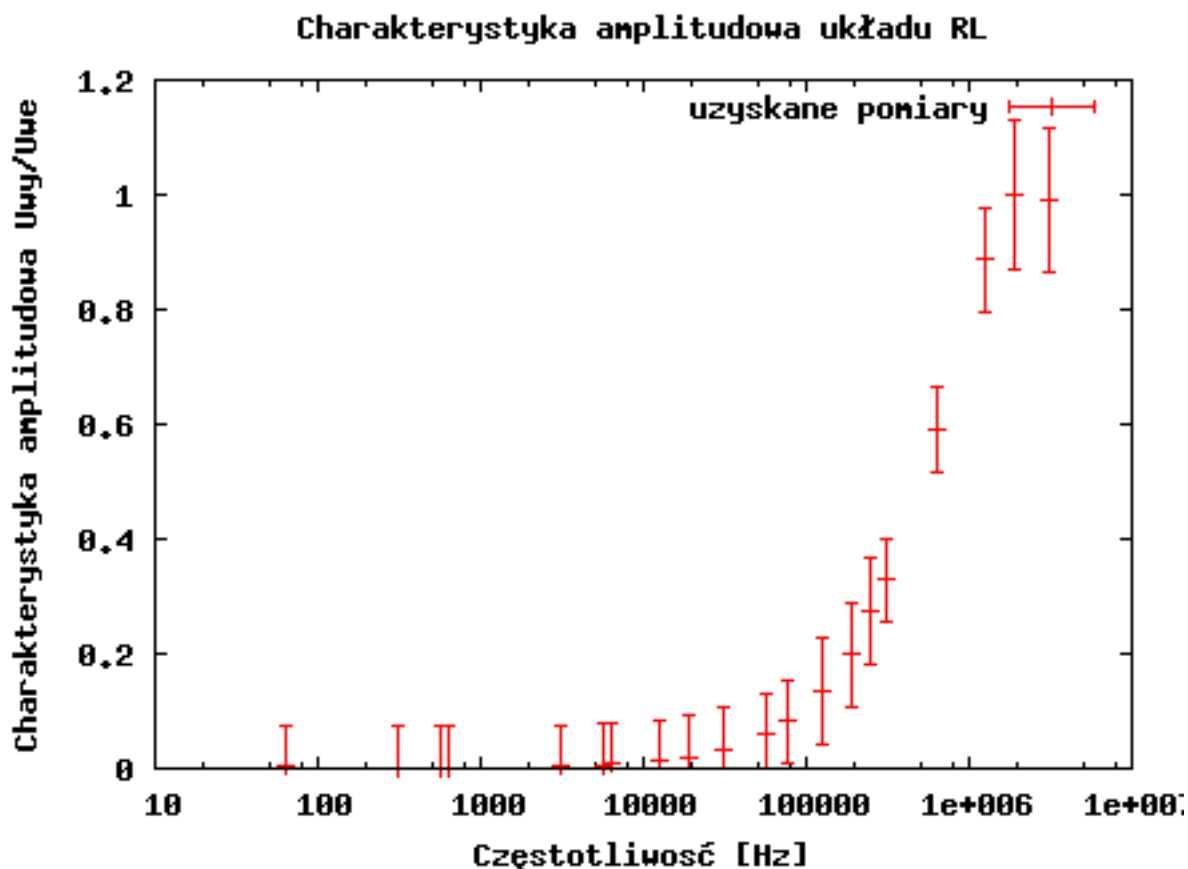
## 4 Pomiary - układ RL

Wszystkie pomiary z części 3 tego raportu zostały powtórzone dla przebudowanego układu w którym kondensator został zastąpiony cewką indukcyjną (rysunek 2).

Zastosowanie cewki zamiast kondensatora spowodowało zmianę charakterystyki filtra z dolnoprzepustowego (całkującego) na górnoprzepustowy (różniczkujący).

### 4.1 Charakterystyka amplitudowa układu RL

Zmierzono charakterystykę amplitudową układu RL (schemat 2) mierząc amplitudy sygnału wejściowego i wyjściowego dla 20 wartości częstości kołowej (rysunek 14). Na wykresie widać, że potwierdza się fakt iż filtr ze schematu 2 jest filtrem



Rysunek 14: Wykres zmierzonej charakterystyki amplitudowej układu RL

różniczkującym. Pełne przenoszenie pasma zachodzi powyżej pewnej częstości granicznej, którą w przypadku tego filtra można ocenić na  $\nu_g = 150\text{kHz}$ .

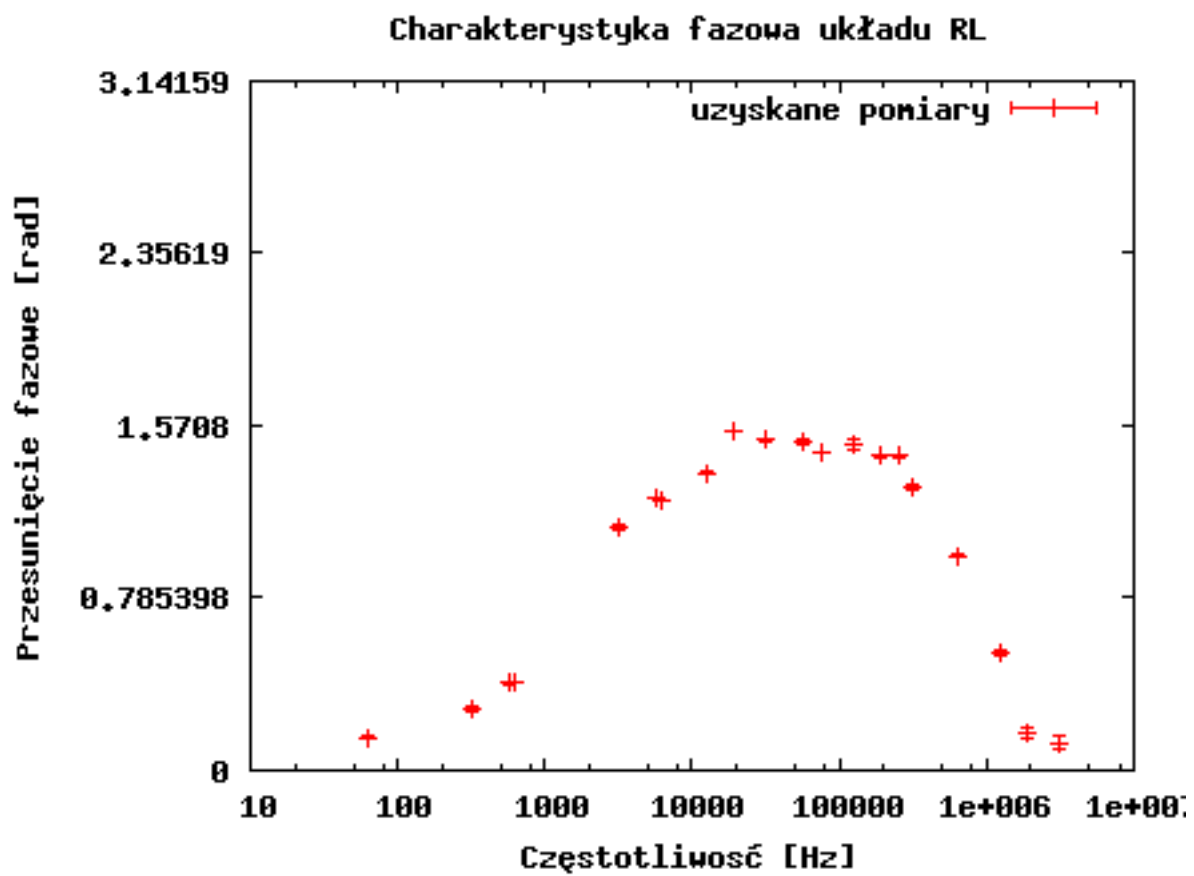
Do wykonania układu wykorzystaliśmy elementy RL o znanych parametrach (pozbawionych niepewności):

$$R = 1 \text{ k}\Omega \quad (7)$$

$$L = 1 \text{ mH} \quad (8)$$

### 4.2 Charakterystyka fazowa układu RL

Zmierzono charakterystykę fazową układu RL (schemat 2) mierząc przesunięcie fazowe  $\Delta\varphi(\omega)$  pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym dla 20 wartości częstości kołowej. Otrzymane pomiary zostały przedstawione na wykresie (rysunek 15).



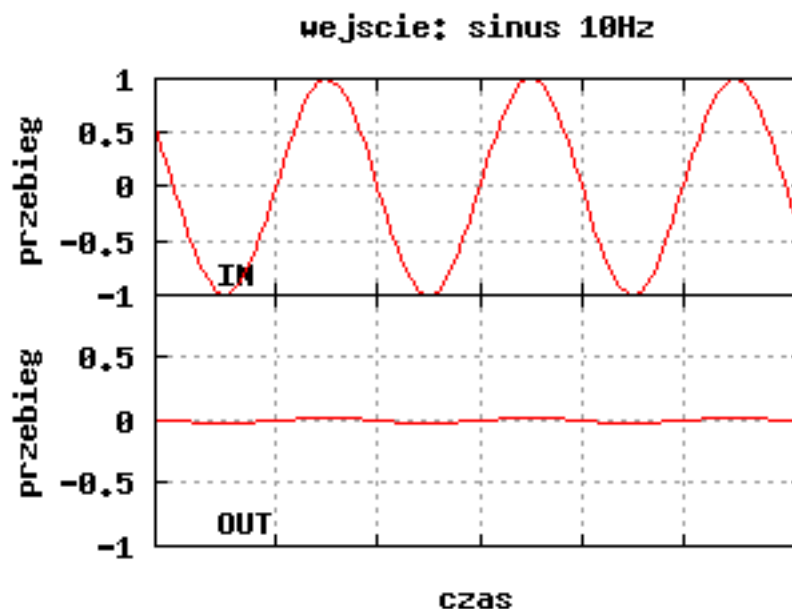
Rysunek 15: Wykres zmierzonej charakterystyki fazowej układu RL

### 4.3 Zmiany przebiegu funkcji (RL)

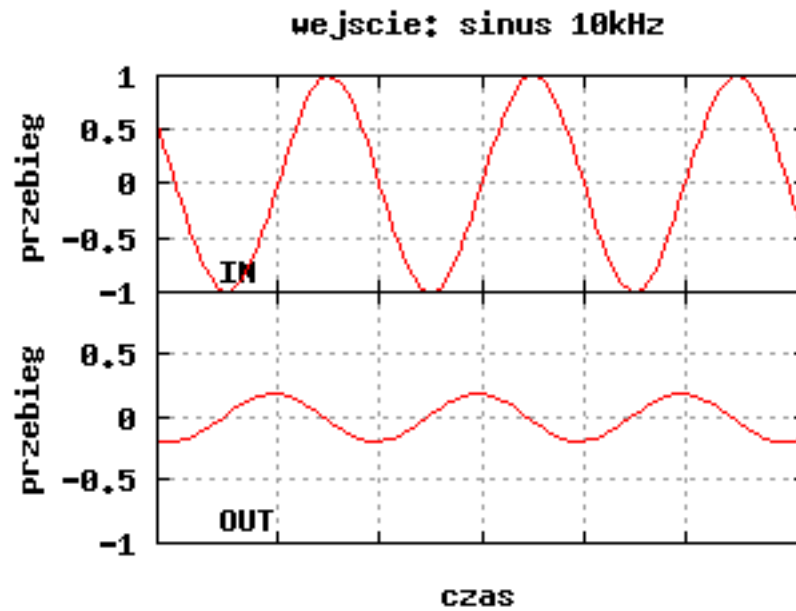
Podczas doświadczenia zostały zmierzone przebiegi funkcji wyjściowych dla różnych przebiegów (sinusoidalny, trójkątny, prostokątny) i częstotliwości (10Hz, 10kHz, 100kHz) wejściowych:

- Rysunek 16 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 10Hz.
- Rysunek 17 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 10kHz.
- Rysunek 18 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 100kHz.
- Rysunek 19 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału trójkątnego o częstotliwości 10Hz.
- Rysunek 20 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału trójkątnego o częstotliwości 10kHz.
- Rysunek 21 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału trójkątnego o częstotliwości 100kHz.
- Rysunek 22 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału prostokątnego o częstotliwości 10Hz.
- Rysunek 23 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału prostokątnego o częstotliwości 10kHz.
- Rysunek 24 przedstawia przebiegi sygnałów wejściowego i wyjściowego dla wejściowego sygnału prostokątnego o częstotliwości 100kHz.

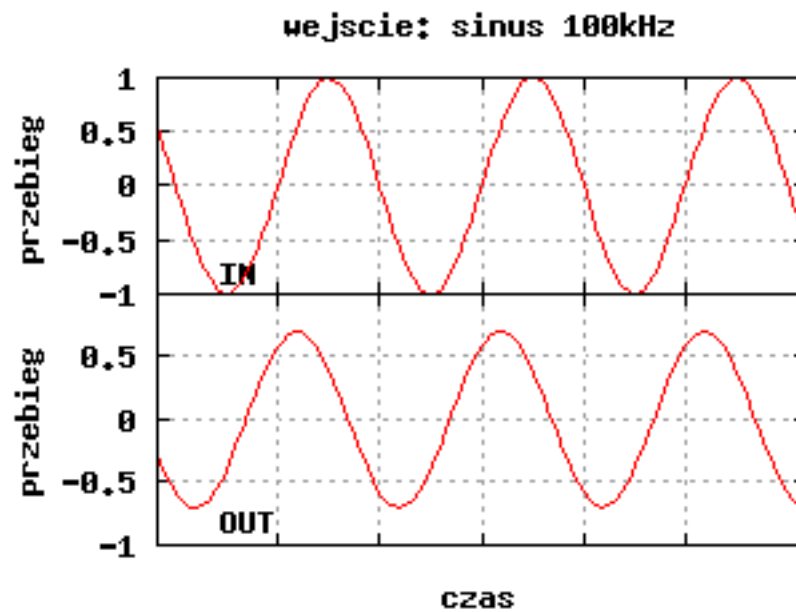
Na wykresach przebiegów funkcji (poniżej) można zaobserwować ich zgodność z oczekiwaniami. Dla średnich (10kHz) częstotliwości widać, że przebieg wyjściowy powstaje poprzez różniczkowanie funkcji przebiegu wejściowego.



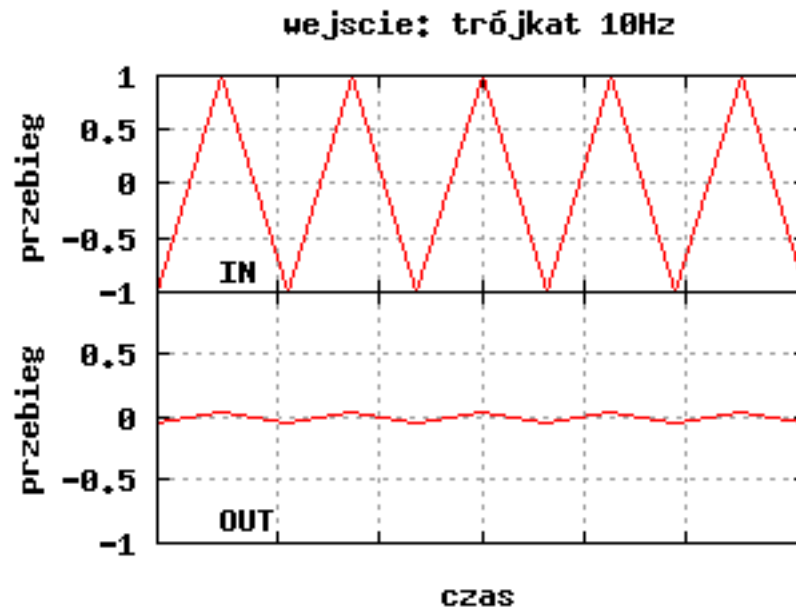
Rysunek 16: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali sinusoidalnej o częstotliwości 10Hz



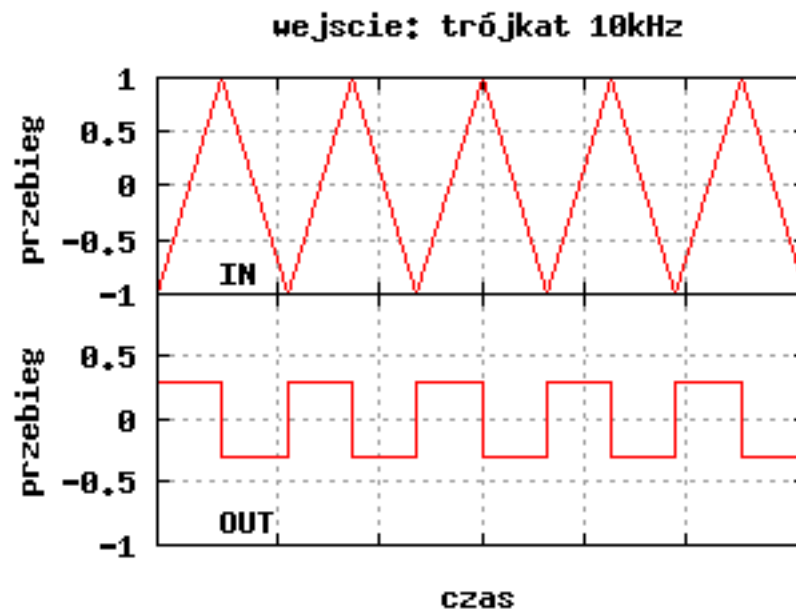
Rysunek 17: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali sinusoidalnej o częstotliwości 10kHz



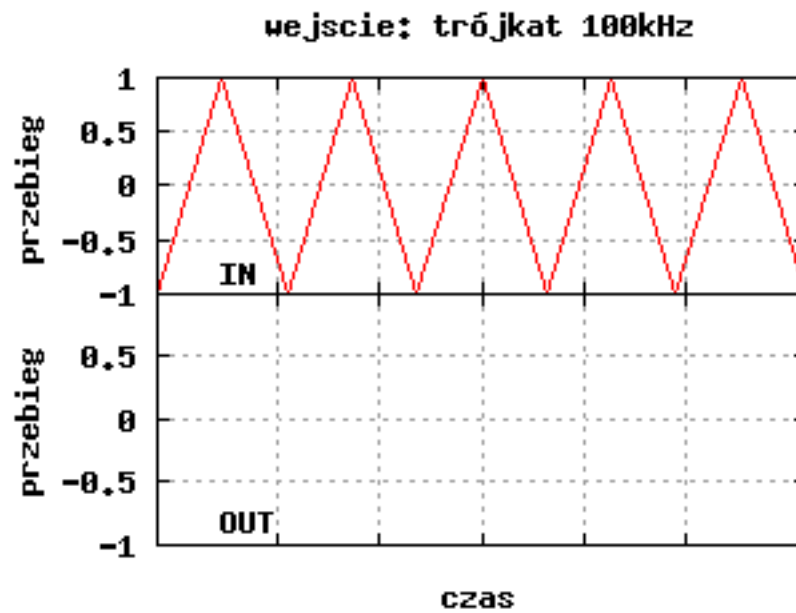
Rysunek 18: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali sinusoidalnej o częstotliwości 100kHz



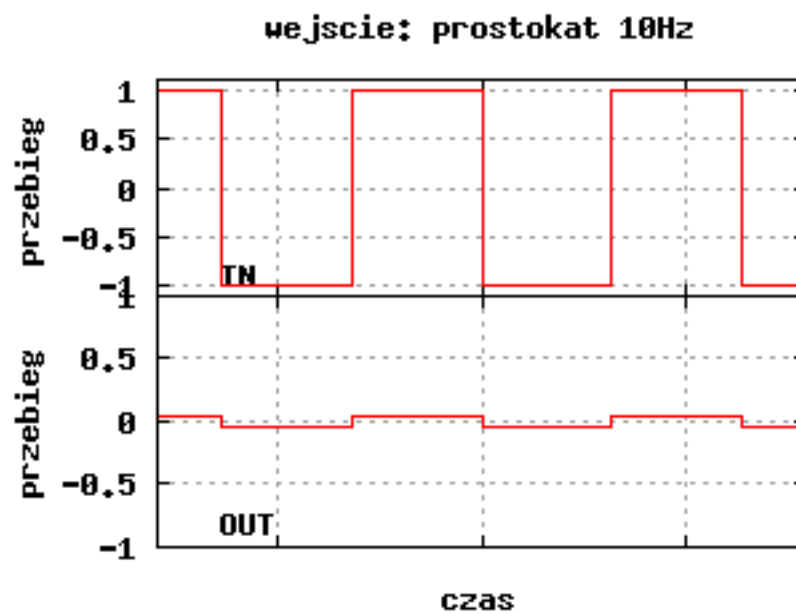
Rysunek 19: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali trójkątnej o częstotliwości 10Hz



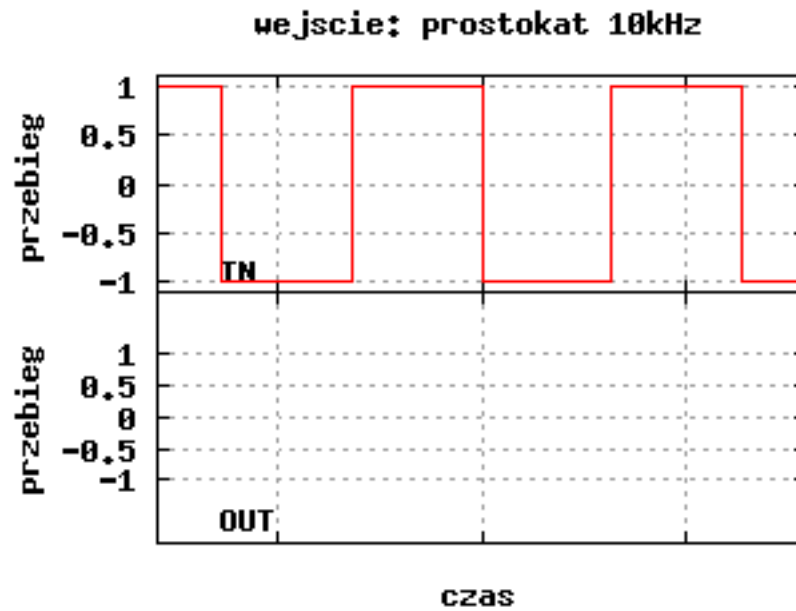
Rysunek 20: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali trójkątnej o częstotliwości 10kHz



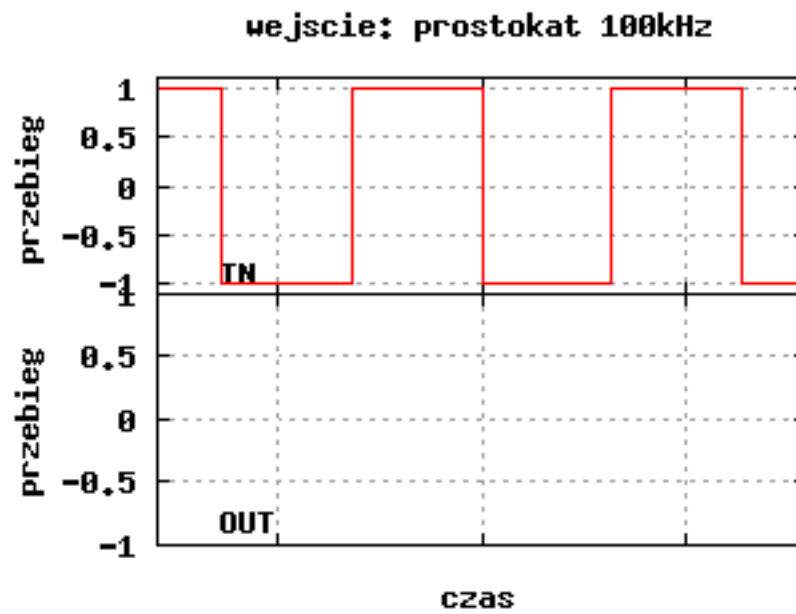
Rysunek 21: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali trójkątnej o częstotliwości 100kHz



Rysunek 22: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali prostokątnej o częstotliwości 10Hz



Rysunek 23: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali prostokątnej o częstotliwości 10kHz



Rysunek 24: Sygnał wejściowy i wyjściowy układu RL dla fali prostokątnej o częstotliwości 100kHz

## 5 Wnioski

Wykonane doświadczenie pozwoliło zapoznać się z charakterystyką amplitudową i fazową filtra całkującego i różniczkującego (po zastosowaniu cewki zamiast kondensatora).

Sprawdzony został wpływ obydwu filtrów na wprowadzany na wejście prąd zmienny o różnej częstotliwości. Pomiar wykazały, że charakterystyka filtrów dolno i górnoprzepustowych nie jest liniowa dla całego zakresu częstotliwości prądu wejściowego. W różnych zakresach częstotliwości charakterystyka ta jest różna, co pokazały wykresy przebiegów dla różnych sygnałów i częstotliwości.

## 6 Bibliografia

Do sporządzenia niniejszego raportu wykorzystane zostały wiadomości z następujących prac:

- John R. Tylor, *Wstęp do analizy błędu pomiarowego*, Warszawa 1995
- Roman Nowak, *Statystyka dla fizyków*, Warszawa 2002

oraz własnych notatek z wykładu prof. A. Majhofera.

## 7 Załącznik 1

### 7.1 Pomiary układu RC

Tablica 1: Tabela pomiarów układu RC

ID	Częstotliwość $v$ Hz	Częstość kołowa $\omega$ Hz	$U_{we}(\omega)$ V	$U_{wy}(\omega)$ V	$\alpha = \frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)}$	$\sigma_\alpha$	przesunięcie fazowe $\varphi(\omega)$ s	$\sigma_\varphi$ s	Przesunięcie fazowe $\theta$ rad	$\sigma_\theta$ rad
1	10	62,83	5,0000	5,0000	1,0000	0,1143	0,000000000	0,00100000	0,0000	0,0628
2	50	314,16	5,0400	5,0400	1,0000	0,1139	0,000000000	0,00002000	0,0000	0,0063
3	90	565,49	5,0400	5,0400	1,0000	0,1139	0,000000000	0,00004000	0,0000	0,0226
4	100	628,32	5,0400	5,0400	1,0000	0,1139	0,000000000	0,00002000	0,0000	0,0126
5	500	3141,59	5,0400	4,8400	0,9603	0,1111	-0,000080000	0,00001999	-0,2513	0,0628
6	900	5654,87	4,9600	4,4400	0,8952	0,1077	-0,000080000	0,00000039	-0,4524	0,0022
7	1000	6283,19	4,9600	4,2800	0,8629	0,1058	-0,000080000	0,00000039	-0,5529	0,0025
8	1200	7539,82	4,9600	4,0400	0,8145	0,1033	-0,000080000	0,00000099	-0,6032	0,0075
9	1400	8796,46	4,8800	3,8000	0,7787	0,1023	-0,000080000	0,00000039	-0,7389	0,0034
10	1600	10053,10	4,8800	3,5600	0,7295	0,1003	-0,000060000	0,00000039	-0,6434	0,0040
11	1800	11309,73	4,8800	3,3600	0,6885	0,0988	-0,000060000	0,00000019	-0,7464	0,0022
12	2000	12566,37	4,8800	3,1600	0,6475	0,0974	-0,000070000	0,00000039	-0,8796	0,0049
13	3000	18849,56	4,8000	2,4000	0,5000	0,0947	-0,000057000	0,00000039	-1,0744	0,0074
14	5000	31415,93	4,8000	1,5600	0,3250	0,0927	-0,00004280	0,00000040	-1,3446	0,0124
15	9000	56548,67	4,8000	0,9200	0,1917	0,0921	-0,00002560*	0,00000040	-1,4476	0,0225
16	12000	75398,22	4,8000	0,7200	0,1500	0,0920	-0,00002080	0,00000004	-1,5683	0,0029
17	50000	314159,27	4,7200	0,1560	0,0331	0,0926	-0,00000520*	0,00000004	-1,6336	0,0125
18	100000	628318,53	4,7200	0,0840	0,0178	0,0926	-0,00000260*	0,00000001	-1,6336	0,0064
19	200000	1256637,06	4,7200	0,0408	0,0086	0,0926	-0,00000128	0,00000000	-1,6085	0,0054

\* Dane uaktualnione w wyniku dodatkowych pomiarów w laboratorium.

## 7.2 Pomiaru układu RL

Tablica 2: Tabela pomiarów układu RL

ID	Częstotliwość $v$ Hz	Częstość kołowa $\omega$ Hz	$U_{we}(\omega)$ V	$U_{wy}(\omega)$ V	$\alpha = \frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)}$	$\sigma_\alpha$	przesunięcie fazowe $\varphi(\omega)$ s	$\sigma_\varphi$ s	Przesunięcie fazowe $\theta$ rad	$\sigma_\theta$ rad
1	10	62,83	4,8400	0,0120	0,0025	0,0709	0,00240000	0,00010024	0,1508	0,0063
2	50	314,16	4,8400	0,0092	0,0019	0,0709	0,00090000	0,00004009	0,2827	0,0126
3	90	565,49	4,8400	0,0094	0,0019	0,0709	0,00070000	0,00001007	0,3958	0,0057
4	100	628,32	4,8000	0,0098	0,0020	0,0710	0,00064000	0,00000406	0,4021	0,0026
5	500	3141,59	4,8000	0,0190	0,0040	0,0710	0,00035200	0,00000404	1,1058	0,0127
6	900	5654,87	4,8400	0,0318	0,0066	0,0709	0,00022000	0,00000042	1,2441	0,0024
7	1000	6283,19	4,8400	0,0350	0,0072	0,0709	0,00019600	0,00000042	1,2315	0,0026
8	2000	12566,37	4,8400	0,0680	0,0140	0,0709	0,00010800	0,00000041	1,3572	0,0052
9	3000	18849,56	4,8400	0,1000	0,0207	0,0709	0,00008200	0,00000021	1,5457	0,0039
10	5000	31415,93	4,8400	0,1640	0,0339	0,0709	0,00004800	0,00000021	1,5080	0,0064
11	9000	56548,67	4,8000	0,2940	0,0613	0,0710	0,00002640	0,00000020	1,4929	0,0115
12	12000	75398,22	4,8000	0,3960	0,0825	0,0710	0,00001920	0,00000004	1,4476	0,0032
13	20000	125663,71	4,7200	0,6400	0,1356	0,0928	0,00001180	0,00000020	1,4828	0,0253
14	30000	188495,56	4,8000	0,9520	0,1983	0,0919	0,00000760	0,00000002	1,4326	0,0040
15	40000	251327,41	4,7200	1,2900	0,2733	0,0927	0,00000570	0,00000002	1,4326	0,0053
16	50000	314159,27	4,8000	1,5800	0,3292	0,0716	0,00000410	0,00000004	1,2881	0,0128
17	100000	628318,53	4,9200	2,9000	0,5894	0,0743	0,00000156	0,00000001	0,9802	0,0066
18	200000	1256637,06	5,0000	4,4400	0,8880	0,0907	0,00000042	0,00000001	0,5328	0,0131
19	300000	1884955,59	4,9600	4,9600	1,0000	0,1280	0,00000009	0,00000001	0,1696	0,0196
20	500000	3141592,65	5,0400	5,0000	0,9921	0,1263	0,00000004	0,00000001	0,1257	0,0327

## **8 Załącznik 2**